การพัฒนาตัวสถิติเลวีนแบบปรับใหม่โดยใช้มัธยฐานในการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน

Development Adjusted Levene Statistics with Median for testing the Homogeneity of variance

สุกัลญา ศิริมาตร์[1*] ปริญญา เรืองทิพย์[2] ภัทราวดี มากมี[2] อาฟีฟี ลาเต๊ะ[3]
Sukanya Sirimat[1*], Parinya Ruengtip[2], Pattrawadee Makmee[2], Afifi Lateh[3]
[1] *Faculty of Applied Science and Engineering, Khon Kaen University, Nong Khai Campus, Thailand*
[2] *College of Research Methodology & Cognitive Science, Burapha University, Thailand*
[3] *Department of Educational Evaluation and Research, Faculty of Education, Prince of Songkla University, Pattani campus Thailand*

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวสถิติเลวีนแบบปรับใหม่ด้วยมัธยฐานในการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน และเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติเลวีนแบบปรับใหม่ด้วยมัธยฐานกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ภายใต้การจำลองสถานการณ์โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

ผลการวิจัยปรากฏว่า สถิติเลวีนแบบปรับใหม่โดยใช้มัธยฐานสำหรับทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนได้รับการพัฒนา สถิติตัวที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีแนวโน้มที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้หลากหลายสถานการณ์มากกว่าตัวสถิติบาร์ตเลตต์ และเลวีน นอกจากนั้นยังสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ใกล้เคียงกับตัวสถิติโอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี ตามเกณฑ์การพิจารณาความแกร่งของคอนโอเวอร์ จากทั้งหมด 36 สถานการณ์ เมื่อนำสถิติที่พัฒนาขึ้นใหม่ไปทดสอบกับข้อมูลที่มีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ พบว่าสถิติตัวนี้มีแนวโน้มที่จะมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน โอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี

คำสำคัญ: สถิติทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน, ตัวสถิติเลวีน, มัธยฐาน

**Corresponding author. E-mail: sukasi@kku.ac.th*

ABSTRACT

The objectives of this research were to develop a new adaptive Levene statistic with median to test the equality of variance and to compare the performance of this new adaptive Levene

statistic with the median and Bartlett Levene O'Brien and Brown-Forsythe by considering the ability to control type 1 error and testing power under simulation using Monte Carlo technique

The result showed that the new adaptive Levene statistic using the median for testing the variance to test the homogeneity of variance has been developed. This new statistic developed by this study could control the type 1 error in more situations than the Bartlett and Levene statistics. In addition, this one controlled the type 1 error for the comparable to the O'Brien and Brown-Forsythe statistic according to Conover's toughness criteria from all 24 situations. This new statistic was used to the data that out of+ the normality, this statistic tended to show more powerful than that did by the Bartlett, Levene, O'Brien and Brown-Forsythe.

Keywords: homogeneity of variance, Levene's test, median

ความนำ

การทดสอบความแปรปรวนมีการนำมาใช้งานอย่างมากมาย เช่น การประยุกต์ใช้การทดสอบความแปรปรวนกับการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิต การนำไปใช้ในด้านความแม่นยำของการวัดทางการแพทย์ การศึกษาความสอดคล้องของคณะลูกขุนในทางกฎหมาย ในทางชีววิทยาได้นำการทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนมาบ่งชี้ถึงความหลากหลายทางพันธุกรรมและกลไกการปรับตัว (Gastwirth, Gel, & Miao, 2009) นอกจากนี้การทดสอบความแปรปรวนยังเป็นขั้นตอนเริ่มต้นของการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความต่างของค่าเฉลี่ยประชากรที่มากกว่าสองกลุ่มขึ้นไป ซึ่งใช้สถิติเอฟ (F-test) โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติทดสอบว่า 1) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ 2) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระจากกัน และ 3) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน (Homogeneity of variance) จึงจะสามารถดำเนินการทดสอบสถิติเอฟ (F-test) ได้ การฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นจะส่งผลกระทบต่อความน่าเชื่อถือของผลการทดสอบ ดังนั้นก่อนทำการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความต่างของค่าเฉลี่ยที่มากกว่าสองกลุ่มขึ้นไปจำเป็นต้องทำการทดสอบก่อนว่าประชากรทุกกลุ่มมีความแปรปรวนเท่ากันหรือไม่ เพื่อให้ผลการทดสอบที่ได้เป็นความแตกต่างที่แท้จริง ที่เกิดขึ้นจากความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากร เพราะความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่ตรวจพบอาจเป็นผลมาจากความแตกต่างของความแปรปรวนของข้อมูลภายในกลุ่มก็ได้

เนย์แมน-เพียร์สันได้เสนอหลักการทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน ต่อมาบาร์ตเลตต์ (Bartlett, 1937) ได้ทำการพัฒนาตัวสถิติของเนย์แมน-เพียร์สัน ซึ่งตัวสถิติบาร์ตเลตต์ (Bartlett's test) มีประสิทธิภาพสูงมากเมื่อข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงปกติหรือใกล้เคียงแจกแจงปกติ แต่เมื่อข้อมูลเบนออกจากการแจกแจงปกติแล้วตัวสถิติบาร์ตเลตต์จะมีแนวโน้มที่ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ (Conover, Johnson, & Johnson, 1981; Lim & Loh, 1996; Wang et al., 2017) ดังนั้นนักพัฒนาสถิติหลายท่านได้ทำการพัฒนาสถิติทดสอบนี้ โดยเลวีน (Levene, 1960) ได้ทำการเสนอตัวสถิติที่พัฒนามาจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแปร z_{ij} เมื่อ z_{ij} เป็นค่าสังเกตชุดใหม่ของผลต่างระหว่างค่าสังเกตแต่ละตัว (x_{ij}) กับค่าเฉลี่ยเลข

คณิตในแต่ละกลุ่ม($\overline{x}_i$) โดย z_{ij} ในตัวสถิติเลวีน (Levene's test) มีหลายรูปแบบ ได้แก่ $z_{ij} = |x_{ij} - \overline{x}_i|$, $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, $z_{ij} = \ln(x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, $z_{ij} = |x_{ij} - \overline{x}_i|^{\frac{1}{2}}$ (Conover et al., 1981) ซึ่งรูปแบบของตัวสถิติเลวีนที่นิยมใช้อยู่ในปัจจุบัน คือ $z_{ij} = |x_{ij} - \overline{x}_i|$ ตัวสถิติเลวีนเป็นที่นิยมใช้งานอย่างแพร่หลาย เนื่องจากเมื่อข้อมูลมีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงปกติแล้วตัวสถิติเลวีนยังคงมีประสิทธิภาพสูง แต่เมื่อข้อมูลเบนออกจากการแจกแจงปกติมากขึ้นแล้วตัวสถิติเลวีนจะมีแนวโน้มที่ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ (Lim & Loh, 1996; Wang et al., 2017) โดย O'Brien (1981) ได้ทำการพัฒนาตัวสถิติเลวีน โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแปร r_{ij} เมื่อ r_{ij} เป็นค่าสังเกตชุดใหม่ที่คำนวณได้จาก

$$r_{ij} = \frac{n_i(w + n_i - 2)(x_{ij} - \overline{x}_i) - ws_i^2(n_i - 1)}{(n_i - 1)(n_i - 2)}$$

และ w เป็น weighting factor ซึ่งโอบรีนได้แนะนำ $w = 0.5$ เมื่อข้อมูลมีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติมากขึ้น ตัวสถิติโอบรีน (O'Brien test) จะเป็นตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ดีกว่าตัวสถิติเลวีน (O'Brien, 1981; Lim & Loh, 1996; Wang et al., 2017) นอกจากนี้ยังมีตัวสถิติบราวน์ฟอร์สิตี (Brown-Forsythe's test) ซึ่งเป็นตัวสถิติที่พัฒนามาจากตัวสถิติเลวีนและสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ดีในหลายลักษณะการแจกแจงของข้อมูลแล้วยังคงเป็นที่นิยมใช้อยู่ในปัจจุบันอีกตัว โดยตัวสถิตินี้ได้ใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวนของตัวแปร s_{ij} เมื่อ s_{ij} เป็นค่าสังเกตชุดใหม่ที่คำนวณได้จาก $s_{ij} = |x_{ij} - Med(x_{ij})|$ (Brown & Forsythe, 1974) ถึงแม้ว่าตัวสถิติบราวน์ฟอร์สิตีจะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้เกือบทุกลักษณะการแจกแจงของข้อมูลแต่ตัวสถิตินี้จะมีแนวโน้มที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบที่ต่ำ (Conover et al., 1981; Lim & Loh, 1996; Wang et al., 2017)

ในงานวิจัยครั้งนี้จึงมุ่งสนใจพัฒนาตัวสถิติเลวีนเพื่อให้ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมในการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนเมื่อข้อมูลมีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงปกติและยังคงสามารถนำไปใช้กับลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ โดยผู้วิจัยได้พิจารณาวิธีการวัดค่ากลางของข้อมูลที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่มีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงปกติและยังคงนำไปใช้ได้กับกรณีข้อมูลที่มีลักษณะแจกแจงปกติ ซึ่งพบว่า ค่ามัธยฐานเป็นตัวแทนของค่ากลางข้อมูลได้ดีกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเมื่อข้อมูลเบนออกจากการแจกแจงปกติ และเมื่อข้อมูลมีลักษณะแจกแจงแบบปกติค่ามัธยฐานจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต เมื่อได้วิธีการวัดค่ากลางที่เหมาะสมแล้วผู้วิจัยได้ใช้หลักการประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงเพื่อพัฒนาตัวสถิติทดสอบนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาตัวสถิติเลวีนแบบปรับใหม่ด้วยมัธยฐานในการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน
2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติเลวีนแบบปรับใหม่ด้วยมัธยฐานกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 และอำนาจการทดสอบภายใต้การจำลองสถานการณ์โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

กรอบแนวคิดการวิจัย

ผู้วิจัยสนใจพัฒนาตัวสถิติเลวีนแบบปรับใหม่ด้วยมัธยฐานในการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน โดยมีกรอบแนวคิดการวิจัยการพัฒนาตัวสถิติจากตัวสถิติเลวีน โดยตัวสถิติเลวีนจะคำนวณค่าสังเกตใหม่แต่ละตัวจากค่าสัมบูรณ์ของผลต่างค่าสังเกตเดิมแต่ละตัวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแต่ละชุด แล้วใช้เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อหาค่าสถิติ ผู้วิจัยได้ทำพัฒนาตัวสถิติเลวีนใหม่ โดยการคำนวณค่าสังเกตใหม่แต่ละตัวจากค่ากำลังสองของผลต่างค่าสังเกตเดิมแต่ละตัวกับค่ามัธยฐานของข้อมูลแต่ละชุด แล้วใช้หลักการหาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased estimator) เพื่อหาค่าคาดหวัง (Expectation) และค่าความแปรปรวน (Variance) ของค่าสังเกตชุดใหม่ แล้วจึงใช้นำไปแทนในสูตรเลวีนที่มีรูปแบบมาจากหลักการทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test) จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิตินี้ โดยทำการจำลองสถานการณ์เพื่อตรวจสอบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 และทำการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาตัวสถิติเลวีนสำหรับทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนเพื่อให้ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมกับการนำไปใช้กับข้อมูลที่มีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ โดยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การพัฒนาสถิติเลวีนแบบปรับใหม่โดยใช้มัธยฐานสำหรับทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน

ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความแปรปรวน และศึกษาการวัดค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูล แล้วนำแนวคิดดังกล่าวมาพัฒนาตัวสถิติสำหรับทดสอบความแปรปรวนโดยใช้หลักการอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นเพื่อพิสูจน์หาตัวสถิติทดสอบและปรับแก้ตัวสถิติทดสอบโดยใช้ค่ากลางของข้อมูลที่ได้คัดเลือกไว้แล้วจึงทำการหาค่าคาดหวังและค่าความแปรปรวนของตัวสถิติทดสอบรวมทั้งเกณฑ์อาณาเขตวิกฤตของตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น

ตอนที่ 2 การศึกษาประสิทธิภาพของตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นและเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน และบราวน์ฟอร์สิตี

เงื่อนไขของการทดสอบ

1. จำนวนครั้งในการทดลอง 1,000 ครั้ง ภายใต้การจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของเลขสุ่ม คือ 96760107

2. กำหนดจำนวนกลุ่มประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็น 5 กลุ่ม

3. กำหนดจำนวนตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาแต่ละกลุ่มให้มีขนาดเท่ากันและมีขนาดเป็น 10, 20, 30 และ 50

4. การแจกแจงของลักษณะข้อมูลที่ทำการศึกษา ได้แก่ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงโลจีสติก การแจกแจงเอ็กโพเนนเชียล การแจกแจงล๊อกนอร์มอล และการแจกแจงแบบไค-สแควร์ ณ ระดับองศาความเป็นอิสระที่แตกต่างกัน ได้แก่ 2, 5, 10, 15, 30 เนื่องจากการแจกแจงแบบไค-สแควร์มีทั้งความเบ้ความโด่งที่ไม่ปกติ โดยเมื่อค่าองศาความเป็นอิสระมีค่าน้อยจะทำให้ลักษณะข้อมูลมีค่าความเบ้และความโด่งสูงมากขึ้น

5. การกำหนดเงื่อนไขของค่าความแปรปรวนประชากร โดยแบ่งเป็น กรณีศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 จะกำหนดให้ค่าความแปรปรวนของประชากรทุกกลุ่มมีค่าเท่ากัน ส่วนกรณีศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติจะกำหนดให้ค่าความแปรปรวนประชากรมีค่าเป็นไปตามระดับของค่านอนเซนทรัลลิตีพารามิเตอร์ (Noncentrality parameter: ϕ) (Games, Winkler, & Probert, 1972) ซึ่งเป็นค่าที่แสดงความแตกต่างของอัตราส่วนของความแปรปรวน โดยในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษากรณีที่ค่านอนเซนทรัลลิตีพารามิเตอร์มีระดับความแตกต่างอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง นั่นคือ ϕ อยู่ระหว่าง [1.5,3) โดยกำหนดให้กรณีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงโลจีสติก การแจกแจงเอ็กโพเนนเชียล การแจกแจงล๊อกนอร์มอล มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(\sigma_1^2,\sigma_2^2,\sigma_3^2,\sigma_4^2,\sigma_5^2)=(1,1,1,1,6)$ ($\phi=2.00$) ส่วนกรณีแจกแจง ไค-สแควร์ (*df*=30) มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(60,60,60,60,100)$ ($\phi=2.07$) กรณีแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=15) มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(30,30,30,30,58)$ ($\phi=2.04$) กรณีแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=10) มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(20,20,20,20,40)$ ($\phi=1.79$) กรณีแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=5) มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(10,10,10,10,24)$ ($\phi=1.77$) และกรณีแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=2) มีค่าความแปรปรวนแต่ละกลุ่มเป็น $(4,4,4,4,12)$ ($\phi=1.6$)

6. ในการเปรียบเทียบคุณภาพของตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น (NeTt) ได้นำตัวสถิติอื่นมาเป็นตัวเปรียบเทียบ ได้แก่ 1) สถิติบาร์ตเลตต์ (Bart) 2) สถิติโอบรีน (OBi) 3) สถิติบราวน์ฟอร์สิตี (BF) และสถิติเลวีน 4 รูปแบบ ได้แก่ 4) LeMD: $z_{ij}=|x_{ij}-\overline{x}_i|$, 5) LeSq: $z_{ij}=|x_{ij}-\overline{x}_i|^{\frac{1}{2}}$, 6) LeLn: $z_{ij}=\ln(x_{ij}-\overline{x}_i)^2$, และ 7) LeVr: $z_{ij}=(x_{ij}-\overline{x}_i)^2$

7. กำหนดระดับนัยสำคัญสำหรับการทดสอบ คือ 0.05

8. ในการทดสอบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ใช้เกณฑ์การพิจารณาของคอนโอเวอร์ (Conover et al., 1981) นั่นคือ ตัวสถิติจะมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 เมื่อค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงมีค่าไม่เกิน $2\times$(ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด)

ขั้นตอนของการจำลองสถานการณ์

การวิจัยครั้งนี้ทำการจำลองสถานการณ์ข้อมูลด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้ภาษาซี และมีขั้นตอนในการจำลองข้อมูลดังนี้

1. สร้างประชากรจากเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงโลจีสติก การแจกแจงเอ็กโพเนนเชียล การแจกแจงล๊อกนอร์มอล และการแจกแจงแบบไค-สแควร์ ณ ระดับองศาความเป็นอิสระที่แตกต่างกัน ได้แก่ 2, 5, 10, 15, 30

2. สุ่มตัวอย่างจากประชากรขนาดต่าง ๆ ตามแผนการทดลอง

3. คำนวณค่าสถิติจากตัวสถิติบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติโอบรีน ตัวสถิติบราวน์ฟอร์สิตี ตัวสถิติเลวีน 4 รูปแบบ และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

4. กำหนดเกณฑ์วิกฤตให้กับตัวสถิติแต่ละตัวแล้วทำการทดสอบสมมติฐานและนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก

5. ทำซ้ำขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 4 จำนวน 1,000 ครั้ง

6. คำนวณค่าสัดส่วนจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก โดยกรณีศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 จะนำค่าสัดส่วนจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ของคอนโอเวอร์ (Conover et al., 1981) ถ้าตัวสถิติใดสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ จะทำการพิจารณาอำนาจของการทดสอบ โดยจะนำค่าสัดส่วนจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จไปเปรียบเทียบกัน ถ้าตัวสถิติใดมีค่าสัดส่วนของจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จสูงกว่าแสดงว่าตัวสถิตินั้นมีอำนาจการทดสอบสูงกว่า นั่นคือ ตัวสถิตินั้นมีประสิทธิภาพสูงกว่า

ผลการวิจัย

1. ผลการพัฒนาสถิติเลวีนแบบปรับใหม่โดยใช้มัธยฐานสำหรับทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวน เมื่อให้ตัวสถิติทดสอบใหม่ที่ได้รับ คือ

$$NewTest = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \left(E(z_i) - \overline{z}_c\right)^2 \Big/ (k-1)}{\sum_{i=1}^{k} \left((n_i - 1)V(z_i)\right) \Big/ (N-k)}$$

เมื่อค่าคาดหวัง (Expectation) ของ z_i เท่ากับ $E(z_i) = s_i^2 + (\overline{x}_i - Med_i)^2$ โดยที่ $\overline{x}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ i, Med_i คือ ค่ามัธยฐานของกลุ่มตัวอย่างที่ i, s_i^2 คือ ค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ i

เมื่อค่าเฉลี่ยของ z_i เท่ากับ $\overline{z}_c = \sum_{i=1}^{k}(n_i s_i^2 + n_i(\overline{x}_i - Med_i)^2) \Big/ N$ โดยที่ n_i คือ ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ i, N คือ ขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด, k คือ จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง

และเมื่อค่าความแปรปรวน (Variance) ของ z_i เท่ากับ $V(z_i) = E(z_i^2) - E(z_i)^2$ โดยที่

$E(z_i^2) = \frac{\sum(x_{ij} - \overline{x}_i)^4}{n_i - 1} + \frac{4(\overline{x}_i - Med_i)\sum(x_{ij} - \overline{x}_i)^3}{n_i - 1} + 6(\overline{x}_i - Med_i)^2 s_i^2 + (\overline{x}_i - Med_i)^4$ และ

$E(z_i)^2 = (s_i^2 + (\overline{x}_i - Med_i)^2)^2$

2. ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ของตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น (NeTt) เมื่อเปรียบเทียบกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์(Bart) เลวีน 4 รูปแบบ คือ LeMD, LeSq, LeLn, LeVr, โอบรีน (OBi) และบราวน์ฟอร์สิตี (BF) ตามเกณฑ์ของคอนโอเวอร์ (Conover et al., 1981) เมื่อข้อมูลมีลักษณะแจกแจงแบบปกติและเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ โดยในการวิจัยนี้ได้ใช้การแจกแจงโลจีสติก การแจกแจงเอ็กโพเนนเชียล การแจกแจงล๊อกนอร์มอล และการแจกแจงไค-สแควร์ที่ระดับองศาความเป็นอิสระใน

ระดับต่าง ๆ เป็นตัวแทนการแจกแจงที่เบนออกจากการแจกแจงปกติ และทำการหาค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 จากการคำนวณค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงในการทดลอง 1,000 ครั้ง แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ของตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน บราวน์ฟอร์สิตี และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เมื่อประชากร 5 ชุด มีการแจกแจงแบบปกติ โลจีสติก เอ็กโพเนนเชียล ล๊อกนอร์มอล และการแจกแจงไค-สแควร์ ณ องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 30, 15, 10, 5, 2 (เบนออกจากการแจกแจงปกติจากน้อยไปมาก)

Distribution	(n1,n2,n3,n4,n5)	Bart	LeMD	LeSq	LeLn	LeVr	OBi	BF	NeTt
Normal	(10,10,10,10,10)	0.056	0.086	0.085	0.065	0.083	0.045	0.029	0.078
	(20,20,20,20,20)	0.026	0.054	0.054	0.050	0.030	0.021	0.009	0.029
	(30,30,30,30,30)	0.054	0.078	0.074	0.056	0.084	0.075	0.022	0.073
	(50,50,50,50,50)	0.000	0.006	0.006	0.000	0.004	0.001	0.004	0.001
Logistic	(10,10,10,10,10)	0.145	0.072	0.077	0.072	0.061	0.042	0.032	0.076
	(20,20,20,20,20)	0.180	0.055	0.046	0.044	0.042	0.032	0.028	0.047
	(30,30,30,30,30)	0.178	0.050	0.055	0.059	0.047	0.042	0.031	0.052
	(50,50,50,50,50)	0.192	0.084	0.085	0.063	0.045	0.039	0.071	0.045
Exponential	(10,10,10,10,10)	0.466	0.279	0.357	0.314	0.097	0.066	0.047	0.052
	(20,20,20,20,20)	0.556	0.263	0.360	0.312	0.073	0.056	0.041	0.027
	(30,30,30,30,30)	0.534	0.242	0.328	0.266	0.066	0.059	0.045	0.022
	(50,50,50,50,50)	0.618	0.239	0.315	0.264	0.069	0.062	0.059	0.037
Lognormal	(10,10,10,10,10)	0.795	0.379	0.558	0.530	0.092	0.072	0.046	0.038
	(20,20,20,20,20)	0.873	0.379	0.598	0.575	0.058	0.040	0.042	0.024
	(30,30,30,30,30)	0.882	0.335	0.575	0.572	0.038	0.034	0.032	0.025
	(50,50,50,50,50)	0.896	0.317	0.572	0.564	0.040	0.028	0.048	0.019
chi30	(10,10,10,10,10)	0.132	0.093	0.092	0.069	0.075	0.073	0.036	0.061
	(20,20,20,20,20)	0.123	0.098	0.092	0.061	0.071	0.066	0.066	0.058
	(30,30,30,30,30)	0.074	0.093	0.095	0.077	0.065	0.048	0.034	0.069
	(50,50,50,50,50)	0.052	0.061	0.074	0.065	0.031	0.025	0.018	0.023
chi15	(10,10,10,10,10)	0.132	0.093	0.092	0.069	0.075	0.073	0.036	0.061
	(20,20,20,20,20)	0.123	0.098	0.092	0.061	0.071	0.066	0.066	0.058
	(30,30,30,30,30)	0.074	0.093	0.095	0.077	0.065	0.048	0.034	0.069
	(50,50,50,50,50)	0.052	0.061	0.074	0.065	0.031	0.025	0.018	0.023

ตารางที่ 1 (ต่อ)

Distribution	(n1,n2,n3,n4,n5)	Bart	LeMD	LeSq	LeLn	LeVr	OBi	BF	NeTt
chi10	(10,10,10,10,10)	0.154	0.154	0.151	0.116	0.109	0.077	0.051	0.092
	(20,20,20,20,20)	0.202	0.140	0.136	0.086	0.092	0.080	0.075	0.070
	(30,30,30,30,30)	0.189	0.128	0.110	0.067	0.061	0.055	0.030	0.037
	(50,50,50,50,50)	0.209	0.096	0.143	0.131	0.036	0.032	0.041	0.028
chi5	(10,10,10,10,10)	0.258	0.169	0.184	0.145	0.095	0.064	0.048	0.053
	(20,20,20,20,20)	0.336	0.137	0.157	0.122	0.046	0.035	0.026	0.027
	(30,30,30,30,30)	0.347	0.140	0.139	0.086	0.064	0.053	0.043	0.034
	(50,50,50,50,50)	0.440	0.129	0.148	0.094	0.044	0.044	0.040	0.031
chi2	(10,10,10,10,10)	0.487	0.289	0.371	0.324	0.101	0.068	0.053	0.046
	(20,20,20,20,20)	0.559	0.293	0.386	0.343	0.072	0.065	0.062	0.034
	(30,30,30,30,30)	0.593	0.246	0.374	0.339	0.057	0.049	0.049	0.026
	(50,50,50,50,50)	0.649	0.306	0.444	0.431	0.033	0.033	0.062	0.023

หมายเหตุ: ค่าที่ขีดเส้นใต้หมายถึงตัวสถิตินั้นไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้

จากตารางที่ 1 เมื่อเรียงลำดับความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 พบว่า ตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี จากทั้งหมด 36 กรณี เช่นเดียวกันกับตัวสถิติโอบรีนและบราวน์ฟอร์สิตี รองลงมาคือ ตัวสถิติเลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, เลวีนแบบ LeLn: $z_{ij} = \ln(x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, เลวีนแบบ LeSq: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |^{\frac{1}{2}}$, เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$, และตัวสถิติบาร์ตเลตต์ ตามลำดับ

3. ผลการศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น (NeTt) เมื่อเปรียบเทียบกับตัวสถิติบาร์ตเลตต์ (Bart) เลวีน 4 รูปแบบ คือ LeMD, LeSq, LeLn, LeVr, โอบรีน (OBi) และบราวน์ฟอร์สิตี (BF) โดยจะพิจารณาเฉพาะตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ และทำการพิจารณาค่าจากตารางที่ 2 ซึ่งแสดงค่าสัดส่วนการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ ในการทดลอง 1,000 ครั้ง โดยยิ่งค่าสัดส่วนการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จมีค่าสูงแสดงว่าตัวสถิติทดสอบตัวนั้นมีอำนาจการทดสอบสูงและเป็นตัวสถิติที่มีประสิทธิภาพสูง

ตารางที่ 2 ค่าประมาณอำนาจการทดสอบของตัวสถิติบาร์ตเลตต์ เลวีน 4 รูปแบบ โอบรีน บราวน์ฟอร์สิตี และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เมื่อประชากร 5 ชุด มีการแจกแจงแบบปกติ โลจีสติก เอ็กโพเนนเชียล ล๊อกนอร์มอล และการแจกแจงไค-สแควร์ ณ องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 30, 15, 10, 5, 2 (เบนออกจากการแจกแจงปกติจากน้อยไปมาก)

Distribution	(n1,n2,n3,n4,n5)	Bart	LeMD	LeSq	LeLn	LeVr	OBi	BF	NeTt
Normal	(10,10,10,10,10)	**0.802**	0.759	0.673	0.450	0.749	0.683	0.651	0.781
	(20,20,20,20,20)	**0.982**	0.965	0.927	0.733	0.970	0.966	0.956	0.970
	(30,30,30,30,30)	**1.000**	**1.000**	**1.000**	0.914	**1.000**	**1.000**	**1.000**	1.000
	(50,50,50,50,50)	**1.000**	**1.000**	**1.000**	0.994	**1.000**	**1.000**	**1.000**	1.000
Logistic	(10,10,10,10,10)	-	**0.992**	**0.984**	0.923	0.935	0.900	0.943	0.982
	(20,20,20,20,20)	-	**1.000**	**1.000**	0.999	0.992	0.991	0.992	1.000
	(30,30,30,30,30)	-	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	1.000
	(50,50,50,50,50)	-	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	1.000
Exponential	(10,10,10,10,10)	-	-	-	-	**0.192**	**0.142**	0.092	0.138
	(20,20,20,20,20)	-	-	-	-	0.203	0.185	0.101	**0.382**
	(30,30,30,30,30)	-	-	-	-	0.294	0.281	0.196	**0.655**
	(50,50,50,50,50)	-	-	-	-	0.450	0.435	0.309	**0.950**
Lognormal	(10,10,10,10,10)	-	-	-	-	**0.249**	0.210	0.157	0.216
	(20,20,20,20,20)	-	-	-	-	0.301	0.270	0.237	**0.476**
	(30,30,30,30,30)	-	-	-	-	0.336	0.322	0.319	**0.669**
	(50,50,50,50,50)	-	-	-	-	0.380	0.374	0.368	**0.804**
chi30	(10,10,10,10,10)	-	0.123	0.102	0.077	0.109	0.079	0.047	**0.124**
	(20,20,20,20,20)	-	0.150	0.126	0.092	0.159	0.131	0.069	**0.145**
	(30,30,30,30,30)	0.323	0.312	0.225	0.145	0.339	0.323	0.222	**0.321**
	(50,50,50,50,50)	0.434	0.413	0.291	0.124	0.482	0.476	0.368	**0.461**
chi15	(10,10,10,10,10)	-	0.183	0.160	0.120	0.170	0.125	0.089	**0.178**
	(20,20,20,20,20)	-	0.305	0.246	0.156	0.316	0.284	0.173	**0.271**
	(30,30,30,30,30)	0.592	0.522	0.419	0.269	0.511	0.487	0.418	**0.463**
	(50,50,50,50,50)	0.800	0.704	0.594	0.301	0.772	0.770	0.637	**0.739**
chi10	(10,10,10,10,10)	-	-	-	-	-	0.173	0.148	**0.227**
	(20,20,20,20,20)	-	-	-	0.179	0.349	0.325	0.276	**0.311**
	(30,30,30,30,30)	-	-	-	0.252	0.476	0.450	0.419	**0.398**
	(50,50,50,50,50)	-	0.751	-	-	0.667	0.651	0.695	**0.595**

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Distribution	(n1,n2,n3,n4,n5)	Bart	LeMD	LeSq	LeLn	LeVr	OBi	BF	NeTt
chi5	(10,10,10,10,10)	-	-	-	-	**0.266**	**0.216**	**0.232**	0.176
	(20,20,20,20,20	-	-	-	-	**0.398**	0.375	0.339	0.391
	(30,30,30,30,30	-	-	-	0.462	0.514	0.498	0.447	**0.614**
	(50,50,50,50,50	-	-	-	0.684	0.723	0.720	0.645	**0.835**
chi2	(10,10,10,10,10)	-	-	-	-	-	0.257	0.240	**0.272**
	(20,20,20,20,20)	-	-	-	-	0.493	0.454	0.385	**0.573**
	(30,30,30,30,30)	-	-	-	-	0.618	0.599	0.510	**0.758**
	(50,50,50,50,50)	-	-	-	-	0.784	0.780	0.683	**0.932**

หมายเหตุ: ตัวหนาคือตัวสถิติที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนา

จากตารางที่ 2 พบว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติพิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 และ 20 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือบาร์ตเลตต์ รองลงมาคือตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติทุกตัวมีอำนาจการทดสอบสูงมาก

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงโลจีสติก พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดคือ ตัวสถิติเลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$ รองลงมาคือ ตัวสถิติเลวีนแบบ LeSq: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |^{\frac{1}{2}}$ และตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเอ็กโพเนนเชียลพิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดคือ ตัวสถิติเลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ รองลงมาคือ ตัวสถิติโอบรีน และตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น ตามลำดับ กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงล๊อกนอร์มอล พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดคือ ตัวสถิติเลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ รองลงมาคือตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=30) พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้นมีอำนาจการทดสอบสูงสุด กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติเลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ตัวสถิติที่มีแนวโน้มอำนาจการทดสอบสูงรองลงมาคือ ตัวสถิติโอบรีน ตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น และตัวสถิติเลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไค-สแควร์ (*df*=15) พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$ รองลงมาคือ ตัวสถิติที่พัฒนาขึ้น กรณีขนาด

ตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ รองลงมาคือ เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$, โอบรีน และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ตามลำดับ กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 30 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือบาร์ตเลตต์ รองลงมาคือ เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = | x_{ij} - \overline{x}_i |$, เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, โอบรีน และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ตามลำดับ กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 50 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือบาร์ตเลตต์ รองลงมาคือ เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, โอบรีน และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ตามลำดับ

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไค-สแควร์ (df=10) พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีอำนาจการทดสอบสูงสุด กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ ตัวสถิติที่มีแนวโน้มอำนาจการทดสอบสูงรองลงมาคือ โอบรีน บราวน์ฟอร์สิตี และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ตามลำดับ

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไคสแควร์ (df=5) พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ รองลงมาคือ บราวน์ฟอร์สิตี, โอบรีน และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ตามลำดับ กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 20 พบว่า ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ รองลงมาคือตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น กรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 30 และ50 พบว่า ตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไคสแควร์ (df=2) พิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากับ 10, 20, 30 และ 50 พบว่า ตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีมีอำนาจการทดสอบสูงสุด

การอภิปรายผล

1. ในการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน มีพื้นฐานการคิดค้นตัวสถิติจากการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นตัวสถิติมากมายจึงสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้และเมื่อใช้หลักการทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะทำให้ตัวสถิติทดสอบมีอำนาจการทดสอบที่สูง อย่างเช่น ตัวสถิติบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติเลอวีน แต่ยังคงมีข้อมูลมากมายที่มีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ ตัวสถิติเหล่านี้มีแนวโน้มที่จะไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ เมื่อพิจารณาการวัดค่ากลางของข้อมูลเมื่อข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงปกติ ตัวสถิติเหล่านี้จะใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูล แต่เมื่อข้อมูลเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะมีความเหมาะสมสำหรับการเป็นค่ากลางของข้อมูลได้น้อยกว่าค่ามัธยฐาน ซึ่งค่ามัธยฐานสามารถนำไปใช้เป็นค่ากลางได้ทั้งกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติและเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นการนำมัธยฐานมาพัฒนาในสูตรของตัวสถิตินี้จึงทำให้มีแนวโน้มสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ดีเมื่อข้อมูลเบนออกจากการแจกแจงปกติ

2. ประสิทธิภาพของตัวสถิติได้รับการพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 และเมื่อสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้แล้วจึงพิจารณา

เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ เนื่องจากตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีพื้นฐานในการพัฒนาสูตรจากการใช้ค่ามัธยฐาน จึงทำให้มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ทั้งกรณีที่มีการแจกแจงแบบปกติและเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ โดยตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ดีใกล้เคียงกันคือ ตัวสถิติบราวน์ฟอร์สิตี โอบรีน และเลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$ โดยตัวสถิติบาร์ตเลตต์ และเลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = \mid x_{ij} - \overline{x}_i \mid$ มีแนวโน้มที่จะไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 เมื่อข้อมูลเริ่มเบนออกจากการแจกแจงแบบปกติซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Conover et al. (1981), Lim and Loh (1996) และ Wang et al. (2017) เมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบ กรณีข้อมูลมีลักษณะแจกแจงปกติหรือใกล้เคียงปกติตัวสถิติที่มีแนวโน้มให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงเรียงลำดับได้ดังนี้ บาร์ตเลตต์ เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = \mid x_{ij} - \overline{x}_i \mid$, เลวีนแบบ LeVr: $z_{ij} = (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$, โอบรีน และตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นตามลำดับ เมื่อข้อมูลเริ่มเบนออกจากการแจกแจงปกติมากยิ่งขึ้นตัวสถิติที่ผู้วิจัยพัฒนามีแนวโน้มที่อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติตัวอื่น โดยตัวสถิติบราวน์ฟอร์สิตีมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้ดีแต่มีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Conover et al. (1981), Lim and Loh (1996) และ Wang et al. (2017)

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

การเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลที่ศึกษาเป็นสำคัญ กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ตัวสถิติทดสอบที่มีความเหมาะสมในการนำไปใช้งานมากที่สุด คือ ตัวสถิติทดสอบบาร์ตเลต เลวีนแบบ LeMD: $z_{ij} = \mid x_{ij} - \overline{x}_i \mid$ ส่วนตัวสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีแนวโน้มที่จะมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติตัวอื่นที่ทำการศึกษา เมื่อข้อมูลมีลักษณะเบนออกจากการแจกแจงปกติมากขึ้น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

ในงานวิจัยนี้ได้นำมัธยฐานมาพัฒนาใช้กับตัวสถิติทดสอบ เนื่องจากตัวมัธยฐานเหมาะสมกับข้อมูลที่เบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ ยังคงมีค่ากลางของข้อมูลอีกหลายตัวที่เหมาะสมกับการนำไปใช้กับข้อมูลที่เบนออกจากการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นควรศึกษาค่ากลางอื่น ๆ ที่เหมาะสมกับข้อมูลที่เบนออกจากการแจกแจงแบบปกติเพื่อพัฒนาตัวสถิติให้ดียิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

Bartlett, M. S. (1937). Properties of sufficiency and statistical tests. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, *160*(901), 268-282.

Brown, M. B., & Forsythe, A. B. (1974). Robust tests for the equality of variances. *Journal of the American Statistical Association*, *69*(346), 364-367.

Conover, W. J., Johnson, M. E., & Johnson, M. M. (1981). A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data. *Technometrics*, *23*(4), 351-361.

Games, P. A., Winkler, H. B., & Probert, D. A. (1972). Robust tests for homogeneity of variance. *Educational and Psychological Measurement*, *32*(4), 887-909.

Gastwirth, J. L., Gel, Y. R., & Miao, W. (2009). The impact of Levene's test of equality of variances on statistical theory and practice. *Statistical Science*, *24*(3), 343-360.

Levene, H. (1960). Contributions to probability and statistics. *Essays in honor of Harold Hotelling*, 278-292.

Lim, T. S., & Loh, W. Y. (1996). A comparison of tests of equality of variances. *Computational Statistics & Data Analysis*, *22*(3), 287-301.

O'Brien, R. G. (1981). A simple test for variance effects in experimental designs. *Psychological Bulletin*, *89*(3), 570-574.

Wang, Y., Rodríguez de Gil, P., Chen, Y. H., Kromrey, J. D., Kim, E. S., Pham, T. Nguyen, D., & Romano, J. L. (2017). Comparing the performance of approaches for testing the homogeneity of variance assumption in one-factor ANOVA models. *Educational and Psychological Measurement*, *77*(2), 305-329.