การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบภาวะสารูปดีสำหรับการวิเคราะห์ภัยแล้ง

A Comparison of Goodness of Fit Test for Drought Analysis

เพ็ญนภา หมื่นทา[1,2]* มานัดถุ์ คำกอง[2] และ พุฒิพงษ์ พุกกะมาน[2]

Pennapar Muenta[1,2*], Manad Khamkong[2] and Putipong Bookkamana[2]

[1]*ศูนย์วิจัยวิทยาศาสตร์พหุวิทยาการ* , [2]*ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่*

[1]*Multidisciplinary Science Research Centre* , [2]*Department of Statistics, Faculty of Science, Chiang Mai University*

Received : 9 June 2016

Accepted : 26 August 2016

Published online : 19 September 2016

บทคัดย่อ

การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบภาวะสารูปดีสำหรับการวิเคราะห์ภัยแล้ง และประยุกต์ใช้ในการหาค่าดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปรกติในการประเมินระดับความแห้งแล้ง โดยการจำลองข้อมูลลักษณะการแจกแจงเบ้ขวา ที่มีขนาดตัวอย่างและพารามิเตอร์แตกต่างกัน ด้วยวิธีการทดสอบภาวะสารูปดี 3 วิธี ได้แก่ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ (AD^2) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ที่ปรับปรุงของ Ahmad 2 วิธี (AL^2, AU^2) และเกณฑ์การทดสอบ 2 เกณฑ์ ได้แก่ เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (AIC) เกณฑ์ข้อสนเทศของเบย์ (BIC) ผลการวิจัยพบว่าจากการจำลองข้อมูล เมื่อการแจกแจงที่สนใจศึกษามี 2 พารามิเตอร์ เกณฑ์ AIC และ BIC เป็นวิธีที่เหมาะสม หากการแจกแจงที่สนใจศึกษามี 3 พารามิเตอร์ และค่อนข้างสมมาตร สถิติทดสอบ AU^2 จะมีประสิทธิภาพดีกว่า แต่หากการแจกแจงที่สนใจศึกษามี 3 พารามิเตอร์ และมีความเบ้สูง สถิติทดสอบ AL^2 จะมีประสิทธิภาพดีกว่า ในส่วนของการประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงของสถานีตรวจวัดปริมาณฝนของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง พบว่า ปริมาณฝนตามฤดูกาลมีการแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์เมื่อใช้สถิติทดสอบ (AL^2) และเกณฑ์ AIC ในการตัดสินใจ นอกจากนี้ยังพบว่าอำเภอแม่พริกมีภาวะฝนแล้งรุนแรงมากที่สุด ในปี พ.ศ. 2502 2533 2547 และ 2553

คำสำคัญ : สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ที่ปรับปรุงของ Ahmad

***Corresponding author. E-mail** : lucifer_x69@hotmail.com

Abstract

This study aimed to compare the goodness of fit test and apply the standardized precipitation index to drought analysis. Data using in this study were positively skewed simulated with different sample size and parameters. On 3 goodness of fit test and 2 critical including Anderson-Darling test (AD^2), Two Ahmad Modified Anderson-Darling test (AU^2, AL^2), Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC). Results from the simulation study show that AIC and BIC was appropriate for two-parameter distribution data. For three-parameter distribution data Modified Anderson-Darling (AU^2) was appropriate in case of highly symmetric distributed. Modified Anderson-Darling (AL^2) was appropriate in case of highly skewed distributed data. Result from applying with real data, from rain gauging stations in Maepik district Lampang, Thailand, showed that seasonal rainfall was a Reverse Weibull distribution data which AIC and AL^2 were the most appropriate goodness of fit test. Moreover, we found that there was extremely drought in Maepik district in 1959, 1990, 2004 and 2010.

Keywords : Anderson-Darling Test, Two Ahmad Modified Anderson-Darling Test

บทนำ

ภัยแล้งเป็นภัยธรรมชาติอย่างหนึ่งที่เมื่อเกิดขึ้นแล้วจะนำความเสียหายมาสู่ประเทศชาติและประชาชนเป็นอย่างมาก การบริการจัดการแหล่งกักเก็บน้ำและบริเวณลุ่มน้ำเป็นแนวทางหนึ่งที่ใช้ในการรับมือกับภัยแล้ง โดยประยุกต์ใช้ร่วมกับดรรชนีชี้วัดความแห้งแล้ง เพื่อใช้ในการประเมินความชุ่มชื้นหรือความแห้งแล้งของแต่ละพื้นที่ ดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปรกติ (Standardized Precipitation Index : SPI) เป็นหนึ่งดรรชนีที่กรมอุตุนิยมวิทยาได้ทำการศึกษา ซึ่งพัฒนามาจากแนวคิดของ McKee et al (1993) เพื่อเฝ้าดูสภาวะแห้งแล้งในช่วงเวลาต่างๆ ที่กำหนด โดยดูจากปริมาณฝนสะสมในแต่ละช่วงเวลาที่สนใจ โดยมีข้อสมมติเบื้องต้นคือ ปริมาณฝนมีรูปแบบฟังก์ชันการแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) แต่ในความเป็นจริงแล้ว เป็นเรื่องยากมากที่จะทราบฟังก์ชันการแจกแจงที่แท้จริงของปริมาณฝน จากการศึกษาของ Yusof และ Hui-Mean (2012) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแจกแจงของปริมาณฝนในคาบสมุทรมาเลเซีย พบว่า ปริมาณฝนในคาบสมุทรมาเลเซียมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล และจาการศึกษาของ Panpharisa (2013) ที่ได้ศึกษาหาการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับปริมาณฝนในเขตภาคเหนือตอนบนของประเทศไทยในแต่ละสถานีสำรวจปริมาณฝนจำนวน 26 สถานี พบว่า ปริมาณฝนแต่ละสถานีมีการแจกแจงแตกต่างกัน โดยบางสถานีปริมาณฝนมีการแจกแจงกัมเบล ในขณะที่บางสถานีปริมาณฝนมีการแจกแจงไวบูลล์ ฉะนั้นในการศึกษาครั้งนี้ผู้ศึกษาจึงมีข้อสมมติให้ปริมาณฝนมีลักษณะการแจกแจงเบ้ขวา และใช้วิธีการทดสอบภาวะสารูปดี (Goodness of fit test) มาช่วยในการคัดเลือกฟังก์ชันการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับปริมาณฝน

วิธีการทดสอบภาวะสารูปดีที่นิยมใช้ทางด้านอุทกวิทยามีหลายวิธี อาทิ เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike information criterion: AIC) ซึ่งเป็นการใช้สารสนเทศคลูแบค-ไลเบลอ (Kullback-Leibler information: K-L) ในการประเมินแบบจำลองทางสถิติที่ประมาณการแจกแจงที่แท้จริงของข้อมูลและคุณสมบัติของการแจกแจงนั้นๆ โดยเกณฑ์ AIC จะมีประสิทธิภาพดี เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ มีการแจกแจงสมมาตรและเป็นเครือข่ายกัน (Nested) เกณฑ์ข้อสนเทศของเบย์

(Bayesian information criterion: BIC) ซึ่งพัฒนามาจากเกณฑ์ AIC เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก BIC เป็นเกณฑ์ที่มีแนวโน้มในการเลือกตัวแบบที่ถูกต้อง แต่อาจไม่ใช่ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ (Anderson-Darling: AD^2) เป็นสถิติทดสอบที่ใช้หลักการวัดความแตกต่างระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงเชิงประจักษ์ที่ได้จากตัวอย่างกับฟังก์ชันการแจกแจงที่คาดหมาย จากการศึกษาของ Haddad และ Rahman (2010) พบว่า สถิติทดสอบ AD^2 จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงที่มีพารามิเตอร์ 3 ตัว และจากการศึกษาของ Laio (2009) พบว่าสถิติทดสอบ AD^2 เหมาะกับตัวอย่างขนาดเล็กและมีลักษณะการแจกแจงที่มีหางยาว Ahmad และคณะ (1988) ได้พัฒนาสถิติทดสอบ AD^2 โดยใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก โดยแบ่งเป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักปลายหางบน (Upper tail) คือสถิติทดสอบ AU^2 และฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักปลายหางล่าง (Lower tail) คือสถิติทดสอบ AL^2 จากการศึกษาของ Junhaeng และคณะ (2013) พบว่า สถิติทดสอบ AL^2 มีอำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติทดสอบ AD^2 และ AU^2 เมื่อทดสอบกับข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ขวา

เนื่องจากวิธีการทดสอบภาวะสารูปดีมีข้อจำกัดหลายอย่าง อาทิ ขนาดของตัวอย่าง หรือลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง ซึ่งมีผลทำให้ประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบภาวะสารูปดีลดลง ด้วยเหตุนี้ผู้ศึกษาจึงสนใจศึกษาเปรียบเทียบวิธีการทดสอบภาวะสารูปดีสำหรับการวิเคราะห์ภัยแล้งและประยุกต์ใช้กับข้อมูลปริมาณฝนของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปกติ (Standardized precipitation index : SPI)

ดัชนี SPI ได้พัฒนาขึ้นจากแนวคิดของ McKee et al (1993) เพื่อเฝ้าดูสภาวะแห้งแล้งในช่วงเวลาต่างๆ ที่กำหนด โดยดูจากปริมาณฝนสะสมในแต่ละช่วงเวลาที่สนใจ ซึ่งอาจมีตั้งแต่ 1 เดือน 2 เดือน 3 เดือน.....จนถึง 72 เดือน โดยมีความเชื่อว่าปริมาณฝนโดยทั่วไปจะมีการกระจายในรูปแบบฟังก์ชันการแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) แต่เนื่องจากการศึกษาเพื่อหาค่าดรรชนี SPI จะต้องใช้ปริมาณฝนรวมเป็นหลักจึงได้พิจารณาโดยใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นสะสม (CDF) ของปริมาณฝนรวม แล้วทำการแปลง (Transform) เป็นค่าปรกติมาตรฐาน (Standard normal) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งคือค่า SPI นั่นเอง ซึ่งมีสูตรการประมาณค่า z หรือ SPI โดย Abramowitz และ Stegun (1965) ดังนี้

$$Z = SPI = -\left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right) \qquad \text{เมื่อ } 0 < H(x) \leq 0.5$$

$$Z = SPI = t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \qquad \text{เมื่อ } 0.5 < H(x) \leq 1$$

โดยที่

$$t = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{(H(x))^2} \right)} \qquad \text{เมื่อ } 0 < H(x) \leq 0.5$$

$$t = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{(1 - H(x))^2} \right)} \qquad \text{เมื่อ } 0.5 < H(x) \leq 1$$

เมื่อ $c_0 = 2.515517$, $c_1 = 0.802853$, $c_2 = 0.010328$

$d_1 = 1.432788$, $d_2 = 0.189269$, $d_3 = 0.001308$

เมื่อได้ค่าดรรชนี SPI ที่ต้องการแล้วนำมาจำแนกตามระดับความรุนแรงของภัยแล้งเพื่อบ่งชี้ถึงระดับความชุ่มชื้นและความแห้งแล้งของปริมาณฝนในแต่ละพื้นที่ สำหรับระดับความรุนแรงของของสภาวะความแห้งแล้งตามดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปรกติ มีเกณฑ์ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เกณฑ์การแบ่งระดับความรุนแรงของสภาวะความแห้งแล้งตามดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปรกติ

ค่าดัชนี	ระดับความรุนแรง
มากกว่าหรือเท่ากับ 2	ฝนชุกมากที่สุด
1.50 ถึง 1.99	ฝนชุกมาก
1.00 ถึง 1.49	ฝนชุกปานกลาง
-0.99 ถึง 0.99	ฝนใกล้เคียงค่าปรกติ
-1.00 ถึง -1.49	ฝนแล้งปานกลาง
-1.50 ถึง -1.99	ฝนแล้งรุนแรง
น้อยกว่าหรือเท่ากับ -2	ฝนแล้งรุนแรงที่สุด

ที่มา : (Mckee, 1993)

2. การแจกแจงที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเพื่อประยุกต์ใช้กับปริมาณฝน ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงเบ้ขวา ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 **การแจกแจงที่เกี่ยวข้อง**

การแจกแจง	สัญลักษณ์สากล	ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม	ขอบเขต
แกมมา	$Gam\ (\alpha, \beta)$	$F(x) = \Gamma_{x/\beta}(a) / \Gamma(\alpha)$	$x > 0$
กัมเบล	$Gumbel\ (\beta, \xi)$	$F(x) = \exp\ (-\exp\ (-(x-\xi)/\beta))$	$-\infty < x < +\infty$
ล็อกนอร์มอล	$LN\ 3(\mu, \sigma, \gamma)$	$F(x) = \Phi(\ln(x-\gamma) - \mu)/\sigma$	$x > \gamma \geq 0$
ค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป	$GEV\ (\alpha, \beta, \xi)$	$F(x) = \exp\ (-(1-(\alpha(x-\xi))/\beta)^{1/\alpha})$	$(\alpha(x-\xi))/\beta < 1$
รีเวิร์สไวบูลล์	$\text{Re}\ wei\ (\alpha, \beta, \xi)$	$F(x) = 1 - \exp\ (-((x-\xi)/\beta)^{\alpha})$	$x \geq \xi$
เพียร์สัน 3	$P3(\alpha, \beta, \xi)$	$F(x) = [1/(\lvert\beta\rvert\Gamma(\alpha))]((x-\xi)/\beta)^{\alpha-1} \exp\ (-[(x-\xi)/\beta])$	$(x-\xi)/\beta > 0$

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์

เนื่องจากการศึกษาครั้งนี้ เป็นการศึกษาโดยใช้การแจกแจงที่เป็นการแจกแจงเบ้ขวา ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการประมาณพารามิเตอร์สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ขวาด้วยวิธี $L-moment$ (Hosking,1990) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ถูกพัฒนามาจากวิธีโมเมนต์ โดยใช้ความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ในรูปของฟังก์ชันเส้นตรง ดังนี้

$$\lambda_r = r^{-1}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k \binom{r-1}{k} EX_{r-k:r}, \quad r = 1,2,... \tag{1}$$

4. วิธีการทดสอบภาวะสารูปดี

จากการศึกษางานวิจัยของ Yusof และ Hui-Mean (2012) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ SPI ในการวิเคราะห์ความแห้งแล้งในคาบสมุทรมาเลเซีย โดยการหาการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับปริมาณฝนในแต่ละพื้นที่เพื่อใช้ในการแปลงเข้าสู่เกณฑ์ SPI ซึ่งใช้วิธีการทดสอบภาวะสารูปดีหลายวิธีเพื่อให้ได้การแจกแจงที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปริมาณฝนแต่ละพื้นที่ ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาโดยจะทำการประยุกต์งานวิจัยของ Yusof และ Hui-Mean (2012) มาใช้ในการหาการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับการแจกแจงเบ้ขวา โดยใช้วิธีต่างๆ ดังนี้

เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike information criterion: AIC) เป็นเกณฑ์ที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างสารสนเทศคูลแบค-ไลเบลอร์และทฤษฎีภาวะน่าจะเป็น (Likelihood theory) ดังนี้

$$AIC = -2\log\left(L\left(\hat{\theta}\right)\right) + 2K \tag{2}$$

โดยที่ K คือ จำนวนพารามิเตอร์ และ $\left(L\left(\hat{\theta}\right)\right)$ คือ ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

เกณฑ์ข้อสนเทศของเบย์ (Bayesian information criterion: BIC) Schwarz (1978) ได้พัฒนาเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ได้มาจากการดัดแปลงแบบเบย์ของเกณฑ์ AIC หรืออาจถูกเรียกว่า Schwarz criterion หรือ Schwarz information (SC) ดังนี้

$$BIC = -2\log L\left(\hat{\theta}\right) + K\log n \tag{3}$$

โดยที่ n คือ ขนาดตัวอย่าง

สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ (Anderson-Darling: AD^2) เป็นสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดีเมื่อข้อมูลอยู่ในมาตราการวัดระดับเรียงอันดับ (Ordinal scale) และลักษณะการแจกแจงข้อมูลเป็นแบบต่อเนื่อง โดยใช้การวัดระยะห่างระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงเชิงประจักษ์กับการแจกแจงที่คาดหมาย ดังนี้

$$AD^2 = n\int_{-\infty}^{\infty}\frac{[F_n(x)-F(x)]^2}{[F(x)\{1-F(x)\}]}dF(x) \tag{4}$$

$$= -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)[\log F(x_i) + \log[1-F(x_{n+1-i})]] \tag{5}$$

Ahmad และคณะ (1988) ได้ปรับปรุงสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์โดยใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เน้นการเบี่ยงเบนที่หาง โดยแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่เน้นการเบี่ยงเบนที่หางทางขวา $\psi(x) = [1-F(x)]^{-1}$ จะได้สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ที่ปรับปรุงของ Ahmad ดังนี้

$$AU^2 = n\int_{-\infty}^{\infty}\frac{[F_n(x)-F(x)]^2}{1-F(x)}dF(x) \tag{6}$$

$$= \frac{n}{2} - 2\sum_{i=1}^{n}F(x_i) - \sum_{i=1}^{n}\left\{2-\frac{2i-1}{n}\right\}\log\{1-F(x_i)\} \tag{7}$$

และกรณีที่เน้นการเบี่ยงเบนที่หางทางซ้าย $\psi(x) = [F(x)]^{-1}$ จะได้สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ที่ปรับปรุง Ahmad ดังนี้

$$AL^2 = n\int_{-\infty}^{\infty}\frac{[F_n(x)-F(x)]^2}{F(x)}dF(x) \tag{8}$$

$$= -\frac{3n}{2} + 2\sum_{i=1}^{n}F(x_i) - \sum_{i=1}^{n}\frac{2i-1}{n}\log\{F(x_i)\} \tag{9}$$

เมื่อ $F(x)$ แทน ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

5. เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างสถิติทดสอบ 3 ตัว และเกณฑ์การทดสอบ 2 เกณฑ์นั้น จะพิจารณาโดยใช้เกณฑ์การเปรียบเทียบ ดังนี้

5.1 ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ สำหรับสถิติทดสอบ AD^2, AL^2 และ AU^2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยที่หากอ้างอิงจาก Cochran (1954) ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ในช่วงที่ยอมรับได้จะต้อง

อยู่ในช่วง [0.040, 0.060] และหากอ้างอิงจาก Bradley (1978) ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ในช่วงที่ยอมรับได้จะต้องอยู่ในช่วง [0.025, 0.075]

5.2 ร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องสำหรับเกณฑ์การทดสอบ AIC และ BIC

6. ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

6.1 ข้อมูลจากการจำลอง

6.1.1 กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ คือ n= 20, 30, 40, 50, 100

6.1.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจง ดังนี้

1) การแจกแจงแกมมา $\beta = 1$ และ $\alpha = 1, 3, 5.5, 10, 20, 50, 100$

2) การแจกแจงล็อกนอร์มอล $\mu = 1$, $\gamma = 1$ และ $\sigma = 0.5, 1, 5, 10, 20, 50, 100, 150$

3) การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป $\beta = 1, \xi = 1$ และ

$\alpha = -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$

4) การแจกแจงกัมเบล $\beta = 1$ และ $\xi = 1, 10, 20, 50, 75, 100, 150, 200$

5) การแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ $\beta = 1, \xi = 1$ และ $\alpha = 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 80$

6) การแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3 $\beta = 1, \xi = 1$ และ $\alpha = 1, 3, 5.5, 10, 20, 50, 100, 200$

6.1.3 คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์

6.1.4 คำนวณค่าสถิติทดสอบ AD^2, AL^2, AU^2 ค่า AIC และ BIC

6.1.5 เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบในข้อ 6.1.4 กับค่าวิกฤตที่ขนาดตัวอย่างและการแจกแจงที่สนใจ แล้วพิจารณาผลการทดสอบสมมติฐานหลัก (h) โดยกำหนดให้

$h = 0$ เมื่อปฏิเสธสมมติฐานหลัก

$h = 1$ เมื่อไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

6.1.6 ทำซ้ำข้อ 6.1.1 ถึง 6.1.5 จำนวน 2,000 รอบ

6.1.7 กำหนดเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบสำหรับสถิติทดสอบ ได้แก่ ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ สำหรับเกณฑ์ AIC และ BIC เปรียบเทียบโดยการหาร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้อง

6.1.8 สรุปผล

6.2 สำหรับข้อมูลจริง

6.2.1 นำข้อมูลปริมาณฝนรายเดือนจากสถานีสำรวจปริมาณฝนของศูนย์อุทกวิทยาและบริหารน้ำภาคเหนือตอนบน กรมชลประทาน มาทำการสะสมเป็นปริมาณฝนราย 4 เดือน (ปริมาณฝนตามฤดูกาลของประเทศไทย) โดยที่ปริมาณฝนตามฤดูกาลแบ่งตามฤดูกาลของประเทศไทยซึ่งแบ่งได้ 3 ฤดูกาล ได้แก่ ฤดูร้อนประมาณเดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนพฤษภาคม ฤดูฝนประมาณเดือนมิถุนายนถึงเดือนกันยายน

และฤดูหนาวประมาณเดือนตุลาคมถึงเดือนมกราคมของปีถัดไป โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ข้อมูลปริมาณฝนจากสถานีตรวจวัดปริมาณฝนของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง

6.2.2 คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์สำหรับแต่ละการแจกแจง

6.2.3 คำนวณค่าสถิติทดสอบ AD^2, AL^2, AU^2 ค่า AIC และ BIC

6.2.4 เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบในข้อ 6.2.3 กับค่าวิกฤต

6.2.5 สำหรับค่า AIC และ BIC เลือกการแจกแจงที่ให้ค่า AIC และ BIC ต่ำที่สุด

ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

ผลการตรวจสอบค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ (AD^2) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงก์ที่ปรับปรุงของ Ahmad 2 วิธี (AL^2, AU^2) ในแต่ละสถานการณ์ของการจำลอง โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาค่าความผิดพลาดของ Cochran และ Bradley ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% พบว่า สถิติทดสอบทั้ง 3 มีค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 อยู่ในเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley ทุกการแจกแจง ยกเว้นกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ที่มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 สถิติทดสอบทั้ง 3 ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้เมื่อเทียบจากเกณฑ์ของ Bradley

จากการเปรียบเทียบร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องของเกณฑ์ AIC และ BIC พบว่า เมื่อข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงแกมมาหรือการแจกแจงกัมเบล เกณฑ์ BIC มีร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องสูงกว่าเกณฑ์ AIC แต่หากข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงล็อกนอร์มอล การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป การแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ หรือการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3 เกณฑ์ AIC และ BIC จะมีร้อยละของการตัดสินใจต่ำมาก โดยเฉพาะการแจกแจงล็อกนอร์มอล ที่มีค่าร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องของทั้ง 2 เกณฑ์เท่ากับ 0 ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 3 **ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 และร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องของเกณฑ์** AIC **และ** BIC

n	Distribu-tion	Type I error			AIC	BIC	Distribu-tion	Type I error			AIC	BIC
		AD^2	AU^2	AL^2				AD^2	AU^2	AL^2		
20		0.0535	0.0525*	0.0565	56.45	60.45		0.0485*	0.0485*	0.0440	42.05	49.95
30		0.0575	0.0500*	0.0550	53.50	58.65		0.0515*	0.0440	0.0530	40.50	53.10
40	*Gam*	0.0520	0.0505*	0.0515	49.40	55.50	*Gumbel*	0.0455	0.0440	0.0480*	40.75	55.80
50		0.0540	0.0525*	0.0550	46.30	53.60		0.0485*	0.0535	0.0465	36.65	56.80
100		0.0505*	0.0460	0.0580	67.50	86.00		0.0620	0.0665	0.0575*	41.50	59.35
20		0.0617	0.0469*	0.0671	0.00	0.00		0.1595	0.2385	0.0810	25.90	25.90
30		0.0534*	0.0576	0.0540	0.00	0.00		0.1925	0.2790	0.0880	28.20	28.20
40	*LN* 3	0.0513*	0.0525	0.0543	0.00	0.00	Re *wei*	0.0535	0.0550	0.0490*	31.30	31.30
50		0.0486	0.0511*	0.0455	0.00	0.00		0.0440	0.0480	0.0500*	33.80	33.80
100		0.0517*	0.0523	0.0566	0.00	0.00		0.0565	0.0550	0.0530*	36.35	36.35
20		0.0555*	0.0445*	0.0635	1.40	0.95		0.0488*	0.0526	0.0519	12.15	12.10
30		0.0580*	0.0425	0.0655	0.40	0.25		0.0401	0.0445*	0.0364	11.85	11.75
40	*GEV*	0.0625	0.0480*	0.0700	0.20	0.20	*P* 3	0.0343	0.0480*	0.0338	10.60	10.50
50		0.0655	0.0495*	0.0695	0.00	0.00		0.0386	0.0505*	0.0371	9.85	9.80
100		0.0675	0.0585*	0.0640	0.00	0.00		0.0428	0.0505*	0.0346	5.20	4.45

หมายเหตุ * หมายถึง ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่ใกล้เคียงระดับนัยสำคัญที่กำหนดมากที่สุด

ผลการตรวจสอบอำนาจการทดสอบ สำหรับการแจกแจงแกมมา พบว่า สถิติทดสอบ AL^2 มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อข้อมูลทีศึกษามีการแจกแจงล็อกนอร์มอล หรือมีการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป แต่เมื่อข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3 สถิติทดสอบ AU^2 มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับการแจกแจงล็อกนอร์มอล พบว่า สถิติทดสอบ AL^2 มีอำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อข้อมูลทีศึกษามีการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป แต่เมื่อข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงแกมมา หรือมีการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3 สถิติทดสอบ AU^2 มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 4 **ค่าอำนาจการทดสอบสำหรับการทดสอบการแจกแจงแกมมา และการแจกแจงล็อกนอร์มอล**

n	*Gam*									*LN* 3								
	LN 3			*GEV*			*P* 3			*Gam*			*GEV*			*P* 3		
	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2
20	0.324	0.212	0.374*	0.137	0.102	0.148*	0.059	0.077*	0.044	0.026	0.032*	0.032	0.040	0.030	0.043*	0.020	0.027*	0.020
30	0.433	0.289	0.496*	0.169	0.130	0.174*	0.055	0.082*	0.047	0.019	0.039*	0.015	0.034	0.050	0.036*	0.014	0.035*	0.015
40	0.529	0.355	0.601*	0.152	0.098	0.155*	0.073	0.089*	0.054	0.016	0.030*	0.018	0.036	0.036	0.039*	0.008	0.033*	0.009
50	0.611	0.424	0.686*	0.189	0.120	0.211*	0.084	0.097*	0.063	0.017	0.033*	0.015	0.043	0.037	0.043*	0.008	0.030*	0.005
100	0.884	0.697	0.921*	0.053	0.053	0.105*	0.125	0.145*	0.097	0.013	0.036*	0.007	0.000	0.000	0.000	0.004	0.025*	0.002

หมายเหตุ * หมายถึง ค่าอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด

ผลการตรวจสอบอำนาจการทดสอบ สำหรับการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3 พบว่า สถิติทดสอบ AU^2 มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ในทุกสถานการณ์ของการจำลอง ส่วนอำนาจการทดสอบสำหรับการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป การแจกแจงกัมเบล และการแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ สถิติทดสอบแต่ละตัวจะมีอำนาจการทดสอบแตกต่างกันไปในแต่ละสถานการณ์การจำลอง ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 **ค่าอำนาจการทดสอบสำหรับการทดสอบการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป และการแจกแจงกัมเบล การแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ และการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3**

n	*GEV*														
	Gam			*LN* 3			*Gumbel*			Re *wei*			*P* 3		
	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2
20	0.040	0.045*	0.032	0.121	0.095	0.128*	0.037	0.040	0.039*	0.062	0.132*	0.016	0.032	0.038*	0.027
30	0.034	0.038*	0.034	0.146	0.111	0.156*	0.035	0.035	0.040*	0.058	0.172*	0.017	0.027	0.038*	0.026
40	0.034	0.035*	0.035*	0.163	0.117	0.188*	0.035	0.037*	0.034	0.088	0.212*	0.010	0.025	0.042*	0.021
50	0.048*	0.043	0.040	0.200	0.132	0.221*	0.033	0.041*	0.035	0.091	0.244*	0.019	0.026	0.042*	0.026
100	0.061	0.054	0.064*	0.338	0.212	0.410*	0.038	0.043*	0.028	0.128	0.316*	0.019	0.025	0.038*	0.024
n	*Gumbel*														
	Gam			*LN* 3			*GEV*			Re *wei*			*P* 3		
	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2
20	0.045	0.051*	0.041	0.551	0.492	0.570*	0.164*	0.158	0.153	0.979	0.981*	0.965	0.082	0.068	0.086*
30	0.045	0.048*	0.046	0.759	0.656	0.789*	0.235*	0.242	0.218	0.999*	0.999*	0.997	0.093	0.083	0.104*
40	0.051	0.053*	0.046	0.882	0.786	0.905*	0.297*	0.278	0.277	1*	1*	1*	0.114	0.094	0.116*
50	0.053	0.065*	0.054	0.94	0.863	0.965*	0.359*	0.325	0.348	1*	1*	1*	0.133	0.115	0.138*
100	0.065	0.054	0.083*	0.999	0.996	1*	0.629	0.564	0.634*	1*	1*	1*	0.217	0.18	0.226*

หมายเหตุ * หมายถึง ค่าอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด

ตารางที่ 5 (ต่อ) **ค่าอำนาจการทดสอบสำหรับการทดสอบการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป และการแจกแจงกัมเบลการแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ และการแจกแจงเพียร์สันประเภทที่ 3**

n	Re *wei*														
	Gam			*LN* 3			*GEV*			*Gumbel*			*P* 3		
	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2
20	0.008	0.007	0.030*	0.024	0.058	0.101*	0.008	0.025	0.038*	0.263	0.006	0.283*	0.015	0.008	0.044*
30	0.005	0.003	0.026*	0.082	0.165*	0.144	0.037	0.127*	0.046	0.007	0.002	0.030*	0.035	0.039	0.045*
40	0.002	0.002	0.014*	0.015	0.041	0.093*	0.000	0.021*	0.009	0.002	0.001	0.020*	0.003	0.002	0.014*
50	0.001	0.001	0.011*	0.006	0.036	0.077*	0.000	0.022*	0.017	0.000	0.001	0.009*	0.001	0.000	0.011*
100	0.000	0.000	0.002*	0.000	0.020	0.053*	0.000	0.014*	0.000	0.000	0.000	0.002*	0.000	0.000	0.004*
n	*P* 3														
	Gam			*LN* 3			*GEV*			*Gumbel*			Re *wei*		
	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2	AD^2	AU^2	AL^2
20	0.057	0.065*	0.053	0.096	0.282*	0.142	0.050	0.161*	0.058	0.061	0.069*	0.067	0.099	0.185*	0.071
30	0.046	0.054*	0.044	0.108	0.323*	0.124	0.047	0.189*	0.055	0.053	0.068*	0.051	0.095	0.218*	0.060
40	0.040	0.049*	0.039	0.111	0.357*	0.144	0.054	0.197*	0.062	0.049	0.069*	0.051	0.126	0.265*	0.059
50	0.050	0.056*	0.047	0.143	0.417*	0.210	0.054	0.220*	0.065	0.049	0.066*	0.051	0.139	0.289*	0.053
100	0.047	0.057*	0.046	0.204	0.574*	0.259	0.046	0.342*	0.049	0.058	0.081*	0.055	0.209	0.417*	0.047

หมายเหตุ * หมายถึง ค่าอำนาจการทดสอบที่สูงที่สุด

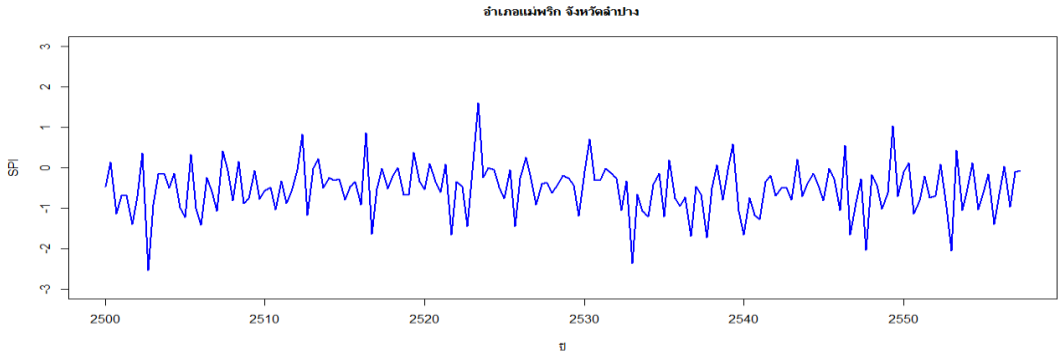
สำหรับผลการวิเคราะห์ข้อมูลจริง เมื่อพิจารณาจากสถิติทดสอบทั้ง 3 สถิติทดสอบ พบว่า ทุกการแจกแจงไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือลักษณะของข้อมูลจริงมีการแจกแจงตามที่ศึกษาทุกการแจกแจง และเมื่อพิจารณาจากเกณฑ์ *AIC* และ *BIC* พบว่า การแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์เป็นการแจกแจงที่ให้ค่า *AIC* และ *BIC* ต่ำสุด ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 **การทดสอบแจกแจงข้อมูลปริมาณฝนของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง**

การแจกแจง	ค่าประมาณพารามิเตอร์			AD^2	AU^2	AL^2	*AIC*	*BIC*
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\xi}$					
แกมมา	2.803	121.018		0.674*	0.289*	0.385*	2262.323	2268.595
ล็อกนอร์มอล	-403.241	6.575	0.263	0.329*	0.151*	0.179*	2262.866	2272.273
ค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป	0.067	167.165	253.092	0.333*	0.151*	0.183*	2263.076	2272.483
กัมเบล		157.752	248.132	0.461*	0.257*	0.204*	2261.029	2267.301
รีเวิร์สไวบูลล์	1.894	402.056	17.617	0.170*	0.090*	0.079*	2257.043**	2266.451**
เพียร์สัน 3	6.590	76.942	-167.857	0.275*	0.128*	0.147*	2261.384	2270.791

หมายเหตุ * หมายถึง ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่ใกล้เคียงระดับนัยสำคัญที่กำหนดมากที่สุด

** หมายถึง ค่า *AIC* และ *BIC* ที่ต่ำที่สุด



ภาพที่ 1 ค่าดรรชนี SPI ของสถานีอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2500 – 2557

ผลการประเมินความแห้งแล้งโดยใช้วิธีดรรชนีความแห้งแล้งของฝนที่ต่างจากค่าปรกติ พบว่าอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง ในปี พ.ศ. 2502, 2533, 2547 และ 2553 มีฝนแล้งรุนแรงมากที่สุด ดังภาพที่ 1

สรุปผลการวิจัย

เมื่อการแจกแจงที่สนใจศึกษาเป็นการแจกแจงที่มี พารามิเตอร์ 2 ตัว เกณฑ์ AIC และ BIC เป็นวิธีที่เหมาะสมในการหาการแจกแจงที่ถูกต้อง เนื่องจากให้ค่าร้อยละของการตัดสินใจที่ถูกต้องสูง สอดคล้องกับการศึกษาของ Laio (2009) หากการแจกแจงที่สนใจศึกษาเป็นการแจกแจงที่มีพารามิเตอร์ 3 ตัว และค่อนข้างสมมาตร สถิติทดสอบ AU^2 จะมีประสิทธิภาพดีกว่า สถิติทดสอบ AL^2 และ AD^2 เนื่องจากสถิติทดสอบ AU^2 ให้ค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เข้าใกล้ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $(\alpha = 0.05)$ และให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่า แต่หากการแจกแจงที่สนใจศึกษาเป็นการแจกแจงที่มีพารามิเตอร์ 3 ตัว และมีความเบ้สูง สถิติทดสอบ AL^2 จะมีประสิทธิภาพดีกว่า สถิติทดสอบ AD^2 และ AU^2 สำหรับข้อมูลจริง ผู้วิจัยได้เลือกใช้สถานีตรวจวัดปริมาณฝนของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง พบว่า ปริมาณฝนตามฤดูกาลของประเทศไทยของอำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง มีการแจกแจงรีเวิร์สไวบูลล์ เมื่อใช้เกณฑ์ AL^2 และ AIC ในการตัดสินใจ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จเรียบร้อยได้ก็ด้วยความอนุเคราะห์และน้ำใจจากบุคคลหลายฝ่าย ตลอดจนศูนย์วิจัยวิทยาศาสตร์พหุวิทยาการ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการศึกษาและการทำวิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาของทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

Agro - meteorological Academic Group Meteorological Development Bureau. (2011). *Study on Drought Index in Thailand*. Retrieved September 10, 2015, from http://tmd.go.th. (in Thai)

Baris S. (2008). A power comparison and simulation study of goodness-of-fit tests. Computers and Mathematics with Applications. 1617 – 1625

Heo, S., N. (2013). Approximation of modified Anderson–Darling test statistics for extreme value distributions with unknown shape parameter. *Journal of Hydrology*, 41 – 49.

Laio, Baldassarre, A. Montanari. (2009). Model selection techniques for the frequency analysis of hydrological extremes. *Water Resources Research, 45*, 29 – 40.

McKee, T.B., Doesken, N.J. and Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration on time scale. *Eighth Conf on Applied Climatology*, 179–184.

Panpharisa. (2013). Modeling of Monthly Maximum Rainfalls in Upper Northern Thailand Using the Generalized Extreme Value Distribution. Chiangmai: Chiangmai University. (in Thai)

Thai Meteorological Department. (2015). *Drought.* Retrieved September 10, 2015, from http://www.tmd.go.th /info/ info.php?FileID=71 (in Thai)

Yusof, F.and Hui-Mean, F. (2012). Use of statistical distribution for drought analysis. *Applied Math Sci*, *6*(21), 1031–1051.